

Barem evaluare și notare

Notă

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

Se acordă 5 puncte din oficiu.

CLASA a V-a

SUBIECTUL I (20 puncte)

1. $a = 2 + 5^3 - 5^2 \cdot (3 + 16 : 8)$ 2 p
 $a = 2 + 5^3 - 5^3 = 2$ 2 p
Inversa lui $a = \frac{1}{2}$ 1 p

Total=5 p

2. $2023 = 11111100111_{(2)}$ 2 p
 $2023 = 2^{10} + 2^9 + 2^8 + 2^7 + 2^6 + 2^5 + 2^2 + 2^1 + 2^0$ 3 p

Total=5 p

3. Din $36 \mid \overline{2x3y}$ rezultă $4 \mid \overline{3y}$, $y \in \{2;6\}$ și $9 \mid (2+3+x+y)$ 4 p
Dacă $y = 2$, atunci $x = 2$ 2 p
Dacă $y = 6$, atunci $x = 7$ 2 p
Numerele sunt 2232 și 2736 2 p

Total=10 p

SUBIECTUL II (25 puncte)

1. a) $a_n = \frac{n+6}{(n+1) \cdot 5}$ 3 p
 $a_{2023} = \frac{2023+6}{(2023+1) \cdot 5} = \frac{2029}{10120}$ 2 p
b) $a_n = \frac{n+1+5}{(n+1) \cdot 5}$ 2 p
 $a_n = \frac{1}{5} + \frac{1}{n+1} > \frac{1}{5}$ pentru orice număr natural n. 3 p

Total=10 p

2. Dacă $x \geq 1$, atunci $2^x \cdot 3^y \cdot 5^z + 2x$ este număr par, 4 p
iar $2^{x+7} + 7$ este număr impar și ecuația nu are soluție 3 p
Atunci $x = 0$, deci $3^y \cdot 5^z = 2^7 + 7$, 3 p
 $3^y \cdot 5^z = 3^3 \cdot 5$ 3 p
Deci $y = 3$ și $z = 1$ 2 p

Total=15 p

Barem evaluare și notare

Notă

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

Se acordă 5 puncte din oficiu.

CLASA a VI-a

SUBIECTUL I (20 puncte)

1.

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{5} \Rightarrow x = \frac{3y}{5}$$

..... 2p

$$\frac{4y-3x}{5y-4x} = \frac{4y-\frac{9y}{5}}{5y-\frac{12y}{5}} = \frac{20y-9y}{5} \cdot \frac{5}{25y-12y} = \frac{11y}{13y}$$

..... 2p

$$\frac{4y-3x}{5y-4x} = \frac{11}{13}$$

..... 1p

Total=5 p

2. $\{a,b\}d.p.\{20;25\} \Rightarrow a=20k; b=25k$ 1 p

$p\% \cdot a = b \Rightarrow p\% \cdot 20k = 25k \Rightarrow p = 125\%$ 2 p

$p\% \cdot b = a \Rightarrow p\% \cdot 25k = 20k \Rightarrow p = 80\%$ 2 p

Total=5 p

3. Cifrele prime sunt 2, 3, 5 și 7. 2p

Nu există numere de o singură cifră a astfel încât a^2 să fie număr prim.

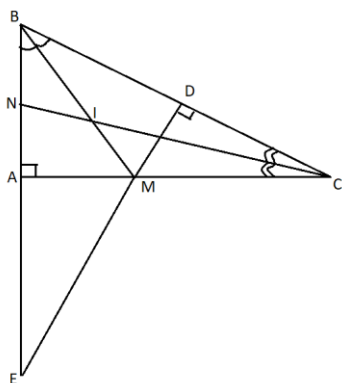
Dacă numărul este de forma $\overline{ab}$ pentru ca $a^2 + b^2$ să fie prim trebuie ca una dintre cifre să fie pară și una impară. Dacă luăm cifrele 2 și 3, atunci $2^2 + 3^2 = 13$ care este număr prim. Dacă luăm 2 și 5, atunci $2^2 + 5^2 = 29$ care este număr prim. Pentru 2 și 7 avem $2^2 + 7^2 = 53$, de asemenea număr prim. Obținem numerele 23, 32, 25, 52, 27, 72. 4p

Dacă numărul este de forma $\overline{abc}$ pentru ca $a^2 + b^2 + c^2$ să fie număr prim trebuie ca toate cifrele să fie impare. Cum $3^2 + 5^2 + 7^2 = 83$ care este număr prim, obținem numerele 357, 573, 735, 753, 375, 537. 2p

Dacă numărul are forma $\overline{abcd}$, deoarece $2^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2 = 87$ care nu este număr prim, deducem că nu avem numere de 4 cifre. 2p

Total=10 p

SUBIECTUL II (25 puncte)



- 1.a) Desen realizat corect.....2p
 Comparăm $\triangle BAM$ cu $\triangle BDM$ dreptunghice în $\hat{A}$ respectiv $\hat{D}$.
 Avem BM ipotenuză comună și $\sphericalangle MBA \equiv \sphericalangle DBM$ deoarece BM
 bisectoarea $\sphericalangle ABC$ iar $D \in BC$4p
 Deci $\triangle BAM \equiv \triangle BDM$ (Cazul ipotenuză-unghi) de unde ne rezultă
 $[AM] \equiv [MD]$4p

- b) Avem BI bisectoarea $\sphericalangle ABC$ cu $D \in BC$ și $E \in AB$ deci și bisectoarea $\sphericalangle EBD$. Arătăm că
 DI este bisectoarea $\sphericalangle BDE$5p
 Comparăm $\triangle AMI$ cu $\triangle DMI$. Avem $[AM] \equiv [MD]$ (de la a) MI latură comună și $\sphericalangle AMI \equiv$
 $\sphericalangle DMI$ (din $\triangle BAM \equiv \triangle BDM$ de la a) cu $I \in BM$). Deci $\triangle AMI \equiv \triangle DMI$5p

Ne rezultă $\sphericalangle MAI \equiv \sphericalangle MDI$, dar AI bisectoarea $\sphericalangle MAB$ drept și atunci $m(\sphericalangle MAI) =$
 $m(\sphericalangle MDI) = 45^\circ$. Cum $\sphericalangle MDB$ drept ne rezultă DI bisectoarea $\sphericalangle MDB$ deci și a lui $\sphericalangle EDB$,
 atunci I este centrul cercului înscris în $\triangle BDE$5p

Total=25 p

Barem evaluare și notare

Notă

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

Se acordă 5 puncte din oficiu.
CLASA a VII-a

SUBIECTUL I (30 puncte)

1. $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} = |\sqrt{3}-2| = 2-\sqrt{3} \dots\dots\dots 1 \text{ p}$

$\sqrt{(\sqrt{3}+2)^2} = |\sqrt{3}+2| = \sqrt{3}+2 \dots\dots\dots 1 \text{ p}$

$2-\sqrt{3}+\sqrt{x} = \sqrt{3}+2 \dots\dots\dots 1 \text{ p}$

$\sqrt{x} = \sqrt{3}+2-2+\sqrt{3} \dots\dots\dots 1 \text{ p}$

$\sqrt{x} = 2\sqrt{3} \Rightarrow x=12. \dots\dots\dots 1 \text{ p}$

Total=5 p

2. $\sqrt{ab+ba} + \sqrt{ab-ba} = \sqrt{10a+b+10b+a} + \sqrt{10a+b-10b-a} =$

$= \sqrt{11(a+b)} + \sqrt{9(a-b)} \in N \dots\dots\dots 1 \text{ p}$

$\Rightarrow \{a+b=11 \text{ și } a-b \in \{1,4\} \dots\dots\dots 1 \text{ p}$

Dar $a-b \neq 4$ deoarece $a+b=11 \Rightarrow a$ și b au parități diferite. $\dots\dots\dots 1 \text{ p}$

În final $\{ a+b=11 \text{ } a-b=1 \Rightarrow \{ a=6; b=5 \Rightarrow \overline{ab}=65 \dots\dots\dots 2 \text{ p}$

Total=5 p

3. Avem 2 cazuri: k par si k impar

k-par $\rightarrow xy+x+y=2022 \dots\dots\dots 1 \text{ p}$

$(x+1)(y+1)=2023 \dots\dots\dots 1 \text{ p}$

$2023=1 \cdot 2023=7 \cdot 289=17 \cdot 119=119 \cdot 17=289 \cdot 7=2023 \cdot 1 \dots\dots\dots 2 \text{ p}$

Soluțiile (0,2022); (6,288); (16,118); (118,16); (288,6); (2022,0). $\dots\dots\dots 1 \text{ p}$

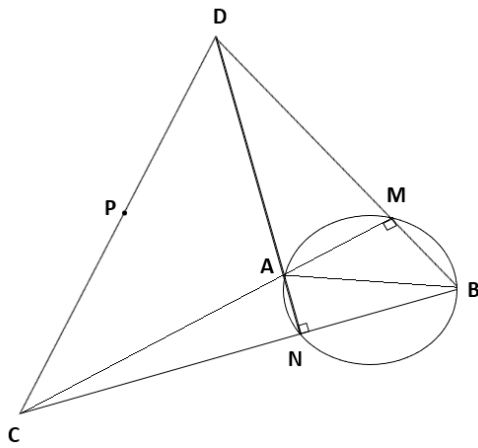
k-impar $\rightarrow xy-x-y=2022 \dots\dots\dots 1 \text{ p}$

$(x-1)(y-1)=2023 \dots\dots\dots 1 \text{ p}$

$2023=1 \cdot 2023=7 \cdot 289=17 \cdot 119=119 \cdot 17=289 \cdot 7=2023 \cdot 1 \dots\dots\dots 2 \text{ p}$

Soluțiile (2,2024); (8,290); (18,120); (120,18); (290,8); (2024,2). $\dots\dots\dots 1 \text{ p}$

Total=10 p



SUBIECTUL II (25 puncte)

1.a) Desen realizat corect.....2p
 A și B diametral opuse $\Rightarrow$ arcul $AB = 180^\circ \Rightarrow \angle AMB = \angle ANB = 90^\circ$3p

$$\left. \begin{array}{l} CM \perp DB \\ DN \perp BC \\ CM \perp DN = \{A\} \end{array} \right\} \Rightarrow A = \text{ortocentrul } \triangle BDC \Rightarrow BA \perp DC$$
.....5p

b) $\triangle DCM = \triangle$ dreptunghic; $PM =$ mediană;4p

$\triangle DCN = \triangle$ dreptunghic; $PN =$ mediană;.....4p

atunci $PM = PN = \frac{DC}{2}$; $P \in \text{Ext } C(O) \Rightarrow PM$ și $PN =$ tangente.....7p

Total=25 p

Barem evaluare și notare

Notă

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

Se acordă 5 puncte din oficiu.

CLASA a VIII-a

SUBIECTUL I (30 puncte)

1. a) $E(x) = x^2 - 3x + \frac{9}{4} - \frac{1}{4}$ 2 p

$E(x) = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$ 3 p

Total=5 p

b) De exemplu din $E(a) = \left(a - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} = 1$, vom avea $a - \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ 2 p

Putem lua $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$ 3 p

Total=5 p

2. Avem $4x^2 + 12xy + 9y^2 - 20x - 30y + 25 \leq 0$2p

$(2x + 3y - 5)^2 \leq 0$ 2p

Dar $(2x + 3y - 5)^2 \geq 0$ 2p

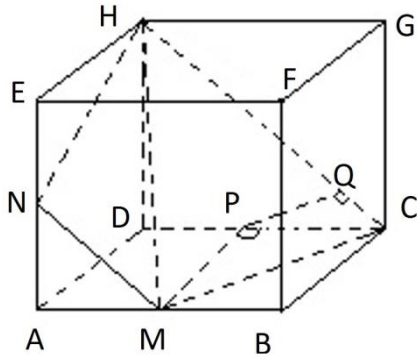
Obținem $(2x + 3y - 5)^2 = 0$ 2p

$2x + 3y - 5 = 0$ 1p

$x = y = 1$1p

Total=10 p

SUBIECTUL II (25 puncte)



1.

a) Desen realizat corect.....2p

Fie N mijlocul lui [EA]; MN linie mijlocie în ΔEAB

$\Rightarrow MN \parallel EB$ dar, $EB \parallel HC$ 3p

$\Rightarrow NM \parallel HC$, $M \in (HCM) \Rightarrow N \in (HCM)$ și $NM \parallel HC$.

.....2p

$\Delta HEN \cong \Delta CBM$ (C.C) $\Rightarrow HN \cong MC$2p

Așadar secțiunea cerută este trapezul isoscel HNMC..... 1p

b) Fie $MP \perp DC$. Evident $MP \perp (DCGH)$3p

Fie $PQ \perp HC$, $Q \in [HC]$. Din teorema celor 3 perpendiculare $\Rightarrow MQ \perp HC$3p

și cum MQ ipotenuză în $\Delta MPQ \Rightarrow MQ > MP \Rightarrow MQ > a$ (latura pătratului);.....3p

$$A_{HNMC} = \frac{MQ(NM+HC)}{2} = \frac{MQ\left(\frac{a\sqrt{2}}{2} + a\sqrt{2}\right)}{2} = \dots\dots\dots 3p$$

$$= \frac{MQ \cdot 3a\sqrt{2}}{4} > \frac{a \cdot 3a\sqrt{2}}{4} \Rightarrow A_{HNMC} > \frac{3a^2\sqrt{2}}{4} > a^2 \dots\dots\dots 3p$$

Total=25 p