

CONCURSUL REGIONAL
“Trepte în matematică și comunicare”
Ediția a XVII-a, 02 aprilie 2023

Clasa a IX-a (M_1 Mate-info)

Subiectul I (20p)

1. Dacă a, b, c sunt numere reale strict pozitive, să se arate că

$$(ab + bc + ca) \cdot \left| 1 - \frac{1}{abc} \right| \leq \left| ab - \frac{1}{c} \right| + \left| bc - \frac{1}{a} \right| + \left| ac - \frac{1}{b} \right|.$$

2. Se dă expresia $E(x, y, z) = 3x - 2y + 4z$, cu $x, y, z \geq 0$ și $x + 3y + 2z = 3$,
 $3x + 3y + z = 4$.

Determinați produsul dintre valoarea minimă și valoarea maximă a expresiei.

Subiectul al II-lea (25p)

Se dă paralelogramul $ABCD$, un punct P astfel încât $\overrightarrow{BP} = \alpha \cdot \overrightarrow{BD}$, ($0 \leq \alpha \leq 1$). Fie M simetricul punctului C față de punctul P . Prin punctul M se duc paralelele la BC , respectiv AB și se notează cu H și K intersecțiile acestor paralele cu (AB) , respectiv (AD) .

- a) Demonstrați că punctele P, H, K sunt coliniare.
b) Determinați $a, b \in \mathbb{R}$ pentru care $\overrightarrow{IH} = a\overrightarrow{IP}$ și $\overrightarrow{IK} = b\overrightarrow{IP}$, unde I este mijlocul segmentului $[AM]$.
c) Determinați valorile lui α pentru care unul dintre punctele H, K este centru de greutate al triunghiului AMP .

NOTĂ:

- 1. Toate subiectele sunt obligatorii.**
2. Se acordă 5 puncte din oficiu.

Probleme selectate si propuse :

*Prof. Barbu Daniela,
Prof. Neacșu Steluța*

CONCURSUL REGIONAL
“Trepte în matematică și comunicare”
Ediția a XVII-a, 02 aprilie 2023
Clasa a IX-a (M_2 Științele naturii)

Subiectul I (20p)

1. Să se determine numere reale nenule a, b care verifică **simultan** relațiile:

$$i) \left(\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}\right) \left(\sqrt{b} + \frac{1}{\sqrt{b}}\right) \geq 2 \left(\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}}\right);$$

$$ii) a \geq 1, 0 < b \leq 1.$$

2. Fie $(b_n)_{n \geq 1}$ o progresie aritmetică strict crescătoare cu proprietățile $b_5 + b_6 = 44$ și b_1, b_4, b_{16} sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice. Să se calculeze suma primilor 16 termeni ai progresiei $(b_n)_{n \geq 1}$.

Subiectul al II-lea (25p)

În paralelogramul $ABCD$ se dau $AB = 4, BD = 3, BC = 2$. Fie G centrul de greutate al triunghiului ABD , I centrul cercului înscris în triunghiul BCD și $M \in (BC)$ astfel încât $\frac{BM}{MC} = 2$.

- a) Să se descompună vectorul $\overrightarrow{MD}$ după direcțiile $\overrightarrow{AB}$ și $\overrightarrow{BC}$.
b) Să se arate că $4\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} + 2\overrightarrow{ID} = \vec{0}$.
c) Să se arate că punctele G, I, M sunt coliniare și că $IG = 2IM$.

NOTĂ:

- 1. Toate subiectele sunt obligatorii.**
2. Se acordă 5 puncte din oficiu.

*Probleme selectate si propuse :
Prof. Barbu Daniela,
Prof. Neacșu Steluța*

CONCURSUL REGIONAL
“Trepte în matematică și comunicare”
Ediția a XVII-a, 02 aprilie 2023

Clasa a IX-a (M2 tehnologic)

Subiectul I (20p)

1. Dacă $x = |3 - 5| - |-4| + |-7 + 2|$, $y = [2, 7] - [-4, 5] - [3, 2]$, $z = \{1, 5\} - \{-3, 1\} + \{2, 4\}$,
calculați $A = 2x - 4y + 3z$

3. Fie $(a_n)_{n \geq 1}$ o progresie geometrică de rație 4 și cu termeni pozitivi. Calculați

$$S = \frac{a_1 + a_2}{a_2 + a_3} + \frac{a_2 + a_3}{a_3 + a_4} + \dots + \frac{a_{2022} + a_{2023}}{a_{2023} + a_{2024}}.$$

Subiectul al II-lea (25p)

Se consideră paralelogramul $ABCD$ și punctele P și Q astfel încât $\overrightarrow{PC} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AC}$ și $\overrightarrow{BQ} = 2 \overrightarrow{QD}$.

a) Exprimați $\overrightarrow{QD}$ în funcție de $\overrightarrow{AB}$ și $\overrightarrow{AD}$

b) Determinați numerele reale p și q astfel încât $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BQ} = p \overrightarrow{AB} + q \overrightarrow{AD}$

c) Arătați că dreptele PQ și AB sunt paralele.

NOTĂ:

- 1. Toate subiectele sunt obligatorii.**
- 2. Se acordă 5 puncte din oficiu.**

*Probleme selectate și propuse :
Prof. Barbu Daniela,
Prof. Neacșu Steluța*