

CONCURSUL REGIONAL
“Trepte în matematică și comunicare”
Ediția a XVII-a, 02 aprilie 2023

Clasa a XI-a (M_1 Mate-info)

Subiectul I (20p)

1. Se dă matricea $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$, $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ a & 0 & 0 \end{pmatrix}$ și se notează $B_n = A^n + A^{n+1} + A^{n+2}$, $n \in \mathbb{N}^*$.

Determinați valorile numărului a pentru care matricea B_n este inversabilă pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

2. Se dă șirul $(a_n)_{n \geq 1}$ definit prin $a_1 = a_2 - 1 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$, $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$, $n \in \mathbb{N}^*$. Să se calculeze, în funcție de a_1 , determinantul $d = \begin{vmatrix} a_{n+2} & a_{n+1} & a_n \\ a_n & a_{n+2} & a_{n+1} \\ a_{n+1} & a_n & a_{n+2} \end{vmatrix}$.

Subiectul al II-lea (25p)

1. Arătați că $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(ax)^n - \sin^n ax}{x^n}$ este constantă oricare ar fi $a \in \mathbb{R}_+^*$ și oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$.

Prof. Pană Florian

2. Se consideră funcțiile $f, g: [1, 2] \rightarrow [1, 2]$ continue, cu $g(1) = 2$, $g(2) = 1$. Să se arate că ecuația $f(x) + f(3-x) + f(1+2x-x^2) = 3g(x)$ are cel puțin o soluție reală.

NOTĂ:

1. Toate subiectele sunt obligatorii.
3. Se acordă 5 puncte din oficiu

Probleme selectate si propuse :

Prof. Barbu Daniela,

Prof. Neacșu Steluța

CONCURSUL REGIONAL
“Trepte în matematică și comunicare”
Ediția a XVII-a, 02 aprilie 2023
Clasa a XI-a (M_2 Științele naturii)

Subiectul I (20p)

Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$ pentru care funcția
 $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x^2 + \max(ax, 2x - 1), & x \leq a \\ bx + \min(ax + 1, 2x), & x > a \end{cases}$ este continuă și $f(-1) = f(1)$.

Subiectul al II-lea (25p)

1. Fie $A, B, C \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, inversabile, astfel încât $ABC = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$.
Să se calculeze: $BCA + (BCA)^{-1}$.
2. Se dă matricea $A = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ale cărei elemente sunt în progresie aritmetică strict crescătoare în ordinea x, y, z, t . Dacă $A^2 = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 4 & 16 \end{pmatrix}$, calculați suma pătratelor elementelor matricei A .

NOTĂ:

1. Toate subiectele sunt obligatorii.
3. Se acordă 5 puncte din oficiu

Probleme selectate și propuse :
Prof. Barbu Daniela,
Prof. Neacșu Steluța

CONCURSUL REGIONAL
“Trepte în matematică și comunicare”
Ediția a XVII-a, 02 aprilie 2023

Clasa a XI-a (M2 tehnologic)

Subiectul I (20p)

Fie matricea $A \in \mathfrak{M}_3(\mathbb{R})$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 7 \end{pmatrix}$.

- a) Calculați matricea $A^2 - 5A + I_3$
- b) Calculați $\det(5A)$. Arătați că $A^{2023} \neq I_3$.

Subiectul al II-lea (25p)

Se consideră funcția $f(x) = \begin{cases} e^{x+2} - 3, & x \leq -2 \\ x^3 - (a-1)x + 2, & x > -2 \end{cases}$, unde a este un număr real.

- a) Determinați numărul real a pentru care funcția f este continuă în $x = -2$
- b) Determinați asimptotele funcției.
- c) Pentru $a = 3$ arătați că ecuația $f(x) = 0$ are cel puțin o soluție în intervalul $[-1, 2]$.

NOTĂ:

- 1. Toate subiectele sunt obligatorii.**
- 3. Se acordă 5 puncte din oficiu.**

*Probleme selectate si propuse :
Prof. Barbu Daniela,
Prof. Neacșu Steluța*