

CONCURSUL REGIONAL
“Trepte în matematică și comunicare”
Ediția a XVII-a, 02 aprilie 2023
Clasa a XII-a (M_1 Mate-info)

Subiectul I (20p)

Până

Pe $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție asociativă $x * y = x\sqrt{1+y^2} + y\sqrt{1+x^2}$ oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$.

- a) Rezolvați în $(0, \frac{\pi}{2})$ ecuația $\operatorname{tga} * \operatorname{tga} = \frac{2}{\sin a}$.
- b) Aflați elementele $x \in \mathbb{Z}, |x| \leq 3$ simetrizabile în raport cu operația dată.

Subiectul al II-lea (25p)

Se consideră funcția $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \int_0^2 t^x dt$.

- a) Să se verifice că $1 + (1+x)F(x) = 2^{x+1}, \forall x \in \mathbb{R}$.
- b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow -1} F(x)$.
- c) Să se arate că există o funcție continuă $f: (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, astfel încât $F(x) = 1 + \int_0^x f(y) dy$.

NOTĂ:

- 1. Toate subiectele sunt obligatorii.
- 2. Se acordă 5 puncte din oficiu.

Probleme selectate si propuse :
Prof. Barbu Daniela,
Prof. Neacșu Steluța

CONCURSUL REGIONAL
“Trepte în matematică și comunicare”
Ediția a XVII-a, 02 aprilie 2023
Clasa a XII-a (M_2 Științele naturii)

Subiectul I (20p)

Pe mulțimea $G = (0, \infty) \setminus \{1\}$ definim legea de compoziție $x * y = x^{\log_2 y}$.

- a) Arătați că $x * y = 2^{(\log_2 x)(\log_2 y)} \quad \forall x, y \in G$ și comparați: $x = (2^2 * 4^2) * 2^3$ și $y = (2^2 \cdot 2^3) * (2^2 \cdot 4^2)$
- b) Rezolvați ecuația $(5^x - 1) * (5^x - 1) * (5^x - 1) = 256$.

Subiectul al II-lea (25p)

Se dă funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{-x}(2x^2 - x + 1)$.

- a) Găsiți $a, b, c \in \mathbb{R}$ astfel încât $F(x) = e^{-x}(ax^2 + bx + c)$ să fie o primitivă a funcției f .
- b) Calculați $\int \frac{f(x) - e^{-x}}{x} dx$.
- c) Calculați $\int_{-1}^1 f^2(x) \cdot e^{2x} dx$.

Probleme selectate si propuse :

*Prof. Barbu Daniela,
Prof. Neacșu Steluța*

NOTĂ:

1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Se acordă 5 puncte din oficiu.

CONCURSUL REGIONAL

“Trepte în matematică și comunicare”

Ediția a XVII-a, 02 aprilie 2023

Clasa a XII-a (M_2 Tehnologic)

Subiectul I (20p)

1. Pe mulțimea $M = (1, +\infty)$ se definește legea de compoziție ” $*$ ” prin $x * y = \sqrt{x^2 y^2 - x^2 - y^2 + 2}$, $(\forall) x, y \in M$.

a) Verificați că $e = \sqrt{2}$ este elementul neutru al legii date și determinați simetricul elementului $x = \sqrt{3}$.

b) Să se arate că $\frac{1}{\sin x} * \frac{1}{\cos x}$ e constant $(\forall) x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

Subiectul al II-lea (25p)

Se consideră funcția $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} \sqrt{4 - x^2}, & x \in [0, 2] \\ x^2 - 2x, & x \in (2, \infty) \end{cases}$

a) Să se demonstreze că funcția admite primitive pe $\mathbb{R}$.

b) Să se determine o primitivă $F: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ cu proprietatea că $F(3) = \frac{10}{3}$.

c) Să se calculeze $\int_3^4 (x - 1)e^{-f(x)} dx$.

Probleme selectate si propuse :

Prof. Barbu Daniela,

Prof. Neacșu Steluța

NOTĂ:

1. Toate subiectele sunt obligatorii.

3. Se acordă 5 puncte din oficiu